7H

УДК 004.942:519.876.5

М.А. Новотарский, Б.Б. Нестеренко
Институт математики НАН Украины, г. Киев
Украина, 01601, г. Киев, ул. Терещенковская, 3

Математическое моделирование перистальтических процессов на клеточных нейронных сетях

M.A. Novotarskiy, B.B. Nesterenko
Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kiev
Ukraine, 01601, Kiev, Tereschenkovskaya st., 3

Simulation of Peristaltic Processes Using Cellular Neural Networks

М.А. Новотарський, Б.Б. Нестеренко
Інститут математики НАН України, м. Київ
Україна, 01601, м. Київ, вул. Терещенківська, 3

Математичне моделювання перистальтичних процесів на кліткових нейронних мережах

В статье рассмотрены методы и средства моделирования перистальтических процессов в биологических объектах. Постановка задачи представлена системой, состоящей из уравнения Навье-Стокса и уравнения непрерывности потока. Для решения задачи предложено использовать локально-асинхронный метод, ориентированный на решение уравнений математической физики в клеточных нейронных сетях.
Ключевые слова: клеточная нейронная сеть, локально-асинхронный метод, моделирование.

In the paper, the methods and tools for simulation of peristaltic processes in biological objects are considered. Formulation of the problem is represented by a system consisting of the Navier-Stokes and of continuity equations. To solve the problem, the locally asynchronous method is proposed to use. This method is aimed at solving equations of mathematical physics at cellular neural networks.
Key words: cellular neural network, locally asynchronous method, simulation.

У статті розглянуто методи та засоби моделювання перистальтичних процесів у біологічних об’єктах. Постановка задачі представлена системою, що складається з рівняння Нав’є-Стокса і рівняння неперервності потоку. Для розв’язування задачі запропоновано використовувати локально-асинхронний метод, орієнтований на розв’язування рівнянь математичної фізики в кліткових нейронних мережах.
Ключові слова: кліткова нейронна мережа, локально-асинхронний метод, моделювання.

Введение

Перистальтические процессы, или процессы продвижения жидкости в трубчатых поверхностях за счет колебания стенок этих поверхностей, распространены в биологических объектах. В организме человека, например, они играют важную роль в сердечно-сосудистой и пищеварительной системах [1]. Создание математических моделей перистальтических процессов дает возможность изучить физическую природу этого явления с целью компенсации и нивелирования негативного влияния на живой организм,

вызванного отклонениями параметров упомянутых процессов. Математическая модель представлена системой уравнений, состоящей из уравнения Навье-Стокса и уравнения непрерывности потока [2]. Решение данной системы в аналитическом виде не представляется возможным, а использование стандартных численных методов весьма затруднено при рассмотрении соответствующей краевой задачи в нестационарном варианте в трехмерной области с конечными геометрическими размерами и переменными формами. В то же время математическая модель в такой постановке вызывает значительный практический интерес, что делает актуальными исследования по созданию новых методов и средств, позволяющих получать результаты исследования модели в реальном масштабе времени.

Целью исследований является повышение эффективности моделирования перистальтических процессов путем развития параллельных асинхронных методов, ориентированных на реализацию в параллельной вычислительной среде со свойствами клеточных нейронных сетей.

Постановка задачи

В рамках математической модели перистальтического процесса поток жидкости в трубчатом объекте будем рассматривать как ламинарный поток вязкой несжимаемой жидкости, ограниченный во времени отрезком $t \in [0, T]$ и в пространстве областью $\Omega \subset \mathbf{R}^3$. Основные характеристики данного потока представлены полем скоростей $\vec{u} : \Omega \times [0, T] \to \mathbf{R}^3$ и давлением $p : \Omega \times [0, T] \to \mathbf{R}$, для которых взаимная зависимость и зависимость от граничных условий определяется системой уравнений, состоящей из уравнения Навье-Стокса и уравнения непрерывности потока. Рассмотрим систему декартовых координат (x, y, z). Тогда $\vec{u} = iu + jv + kw$ и $\vec{F} = iF_x + jF_y + kF_z$, где (i, j, k) – единичные векторы, параллельные соответствующим осям координат. Используя эти обозначения, представим систему уравнений в координатной форме [3]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\eta}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) - u\dfrac{\partial u}{\partial x} - v\dfrac{\partial u}{\partial y} - w\dfrac{\partial u}{\partial z} + F_x, \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = \dfrac{\eta}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) - u\dfrac{\partial v}{\partial x} - v\dfrac{\partial v}{\partial y} - w\dfrac{\partial v}{\partial z} + F_y, \\ \dfrac{\partial w}{\partial t} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = \dfrac{\eta}{\rho}\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) - u\dfrac{\partial w}{\partial x} - v\dfrac{\partial w}{\partial y} - w\dfrac{\partial w}{\partial z} + F_z, \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

ρ – плотность, η – динамическая вязкость, $\vec{F}$ – поле объемных сил.

Определим начальные значения скоростей при $t = 0$

$$u = u_0(x, y, z) = 0;\ v = v_0(x, y, z) = 0; w = w_0(x, y, z) = 0. \qquad (2)$$

Учитывая особенности перистальтических процессов в биологических объектах, при исследовании этих процессов будем использовать граничные условия, определяемые скоростью движения ограничительной поверхности. Они задают значения искомой переменной в непосредственной близости к поверхности при отсутствии скольжения вдоль поверхности. Стенки поверхности формы движутся со скоростью, направление вектора которой совпадает с нормалью n к оси z, а величина модуля U_n определяется функцией:

$$U_n(t,z,\delta,\varphi,\lambda,\gamma) = U_{\max} \cdot U_t(t,\lambda) \cdot U_z(z,\delta,\varphi,\gamma), \tag{3}$$

где $U_{\max}$ – величина максимально допустимого значения модуля скорости, λ – величина временного периода изменения скорости деформации, δ – порядковый номер пространственного шага, γ – величина шага смещения деформации вдоль оси, φ – период деформации вдоль оси.

Временную составляющую функции изменения модуля скорости будем определять из выражения:

$$U_t(t,\lambda) = \sin^2\left(\frac{\pi t}{\lambda}\right). \tag{4}$$

Два периода функции U_t задают полный цикл колебания поверхности. Первый период соответствует росту деформации ограничительной поверхности трубчатого объекта, а второй период описывает процесс возвращения деформированной поверхности до первоначального состояния.

График временной составляющей функции изменения модуля скорости U_t показан на рис. 1.

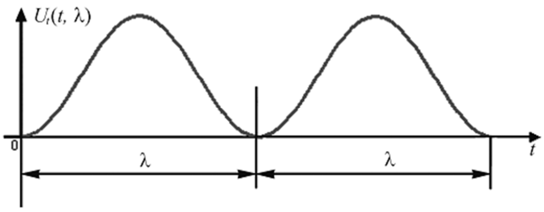


Рисунок 1 – Временная составляющая изменения скорости деформации поверхности в перистальтическом процессе

Пространственный шаг изменяется во времени в соответствии с выражением

$$\delta = \left\lfloor \frac{t}{\lambda} \right\rfloor.$$

Выражение для пространственной составляющей $U_z(z,\delta,\varphi,\gamma)$ задает форму перистальтических колебаний. При перемещении жидкости за счет продвижения вдоль оси z зон сжатия и расширения, пространственная составляющая $U_z(z,\delta,\varphi,\gamma)$ приобретает вид:

$$U_z(z,\delta,\phi,\gamma)=\begin{cases}\left.\begin{array}{l}-\sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}\right)\ \text{при}\ 0\le z<\frac{\phi}{2}\\ -\sin\left(\frac{\pi z}{\phi}\right)\ \text{при}\ \frac{\phi}{2}\le z<\frac{3\phi}{2}\\ \sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}\right)\ \text{при}\ \frac{3\phi}{2}\le z<2\phi\end{array}\right\}\delta=0,\\ \left.\begin{array}{l}-\sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}-\delta\gamma\right)+\sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}-(\delta+1)\gamma\right)\ \text{при}\ 0\le z<\frac{\phi}{2}\\ -\sin\left(\frac{\pi z}{\phi}-\delta\gamma\right)+\sin\left(\frac{\pi z}{\phi}-(\delta+1)\gamma\right)\text{при}\ \frac{\phi}{2}\le z<\frac{3\phi}{2}\\ \sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}-\delta\gamma\right)-\sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}-(\delta+1)\gamma\right)\text{при}\ \frac{3\phi}{2}\le z<2\phi\end{array}\right\}0<\delta\le\delta_{\max},\\ \left.\begin{array}{l}-\sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}-\delta\gamma\right)\ \text{при}\ 0\le z<\frac{\phi}{2}\\ -\sin\left(\frac{\pi z}{\phi}-\delta\gamma\right)\ \text{при}\ \frac{\phi}{2}\le z<\frac{3\phi}{2}\\ \sin^2\left(\frac{\pi z}{\phi}-\delta\gamma\right)\ \text{при}\ \frac{3\phi}{2}\le z<2\phi\end{array}\right\}\delta=\delta_{\max}\end{cases}\quad(5)$$

График изменений пространственной составляющей U_Z, представленной выражением (5), показан на рис. 2.

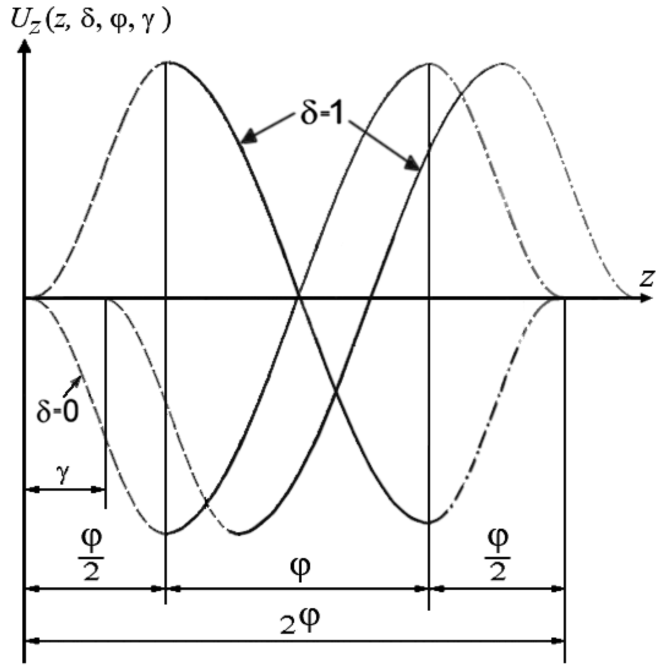


Рисунок 2 – Пространственная составляющая изменения скорости деформации поверхности в перистальтическом процессе типа «сжатия и расширения»

Дискретизация краевой задачи

Разностная схема для $u(\tau+1)$:

$$u(\tau+1)=u(\tau)+\delta t\left[\frac{\eta}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-u\frac{\partial u}{\partial x}-v\frac{\partial u}{\partial y}-w\frac{\partial u}{\partial z}+F_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\right]. \quad (6)$$

Введем замену:

$$A=u(\tau)+\delta t\left[\frac{\eta}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-u\frac{\partial u}{\partial x}-v\frac{\partial u}{\partial y}-w\frac{\partial u}{\partial z}+F_x\right]. \quad (7)$$

Учитывая, что значение $A(\tau)$ связано с временным уровнем τ, из (6) получим соотношение:

$$u(\tau+1)=A(\tau)-\frac{\delta t}{\rho}\frac{\partial p(\tau+1)}{\partial x}. \quad (8)$$

Выполним преобразования (6) и (7) для остальных координатных уравнений и получим выражения для $v(\tau+1)$ и $w(\tau+1)$:

$$v(\tau+1)=B(\tau)-\frac{\delta t}{\rho}\frac{p(\tau+1)}{\delta y},\ w(\tau+1)=C(\tau)-\frac{\delta t}{\rho}\frac{p(\tau+1)}{\delta z}. \quad (9)$$

Подставив выражения (8) и (9) в уравнения непрерывности потока, получим уравнение Пуассона для давления:

$$\frac{\partial^2 p(\tau+1)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p(\tau+1)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p(\tau+1)}{\partial z^2}=\frac{\rho}{\delta t}\left(\frac{\partial A(\tau)}{\partial x}+\frac{\partial B(\tau)}{\partial y}+\frac{\partial C(\tau)}{\partial z}\right). \quad (10)$$

Дискретизируем левую часть уравнения Пуассона (10) и подставим дискретные значения $A_{i,j,k}, B_{i,j,k}, C_{i,j,k}$ в его правую часть. Как результат получим систему уравнений:

$$\frac{p_{i+1,j,k}(\tau+1)-2p_{i,j,k}(\tau+1)+p_{i-1,j,k}(\tau+1)}{(\delta x)^2}+$$
$$\frac{p_{i,j+1,k}(\tau+1)-2p_{i,j,k}(\tau+1)+p_{i,j-1,k}(\tau+1)}{(\delta y)^2}+$$
$$\frac{p_{i,j,k+1}(\tau+1)-2p_{i,j,k}(\tau+1)+p_{i,j,k-1}(\tau+1)}{(\delta z)^2}=$$
$$=\frac{\rho}{\delta t}\left(\frac{A_{i,j,k}(\tau)-A_{i,j,k}(\tau-1)}{\delta x}+\frac{B_{i,j,k}(\tau)-B_{i,j,k}(\tau-1)}{\delta y}+\frac{C_{i,j,k}(\tau)-C_{i,j,k}(\tau-1)}{\delta z}\right), \quad (11)$$

где $i=1,\cdots,i_{\max}$, $j=1,\cdots,j_{\max}$, $k=1,\cdots,k_{\max}$.

Дискретные значения граничных условий для p, A, B і C:

$$\begin{cases} p_{0,j,k}=p_{1,j,k},\ p_{i_{\max}+1,j,k}=p_{i_{\max},j,k}, \\ A_{0,j,k}=u_{0,j,k},\ A_{i_{\max},j,k}=u_{i_{\max},j,k}, \end{cases} \quad j=1,\cdots,j_{\max},\ k=1,\cdots,k_{\max}; \quad (12)$$

$$\begin{cases} p_{i,0,k} = p_{i,1,k},\ p_{i,j_{\max}+1,k} = p_{i,j_{\max},k}, \\ B_{i,0,k} = u_{i,0,k},\ B_{i,j_{\max},k} = u_{i,j_{\max},k}, \end{cases} \quad i = 1,\cdots,i_{\max},\ k = 1,\cdots,k_{\max}; \qquad (13)$$

$$\begin{cases} p_{i,j,0} = p_{i,j,1},\ p_{i,j,k_{\max}+1} = p_{i,j,k_{\max}}, \\ C_{i,j,0} = u_{i,j,0},\ C_{i,j,k_{\max}} = u_{i,j,k_{\max}}, \end{cases} \quad i = 1,\cdots,i_{\max},\ j = 1,\cdots,j_{\max}. \qquad (14)$$

Граничные условия влияют на вид системы уравнений (11) при использовании ее для определения давления в центрах элементарных кубов ω трехмерной сетки, расположенных на границе исследуемой области. Система уравнений (11), учитывающая упомянутые модификации, имеет вид:

$$\frac{\alpha_i^{\max}\left(p_{i+1,j,k}(\tau+1) - p_{i,j,k}(\tau+1)\right) + \alpha_i^{\min}\left(p_{i-1,j,k}(\tau+1) - p_{i,j,k}(\tau+1)\right)}{(\delta x)^2} +$$
$$\frac{\alpha_j^{\max}\left(p_{i,j+1,k}(\tau+1) - p_{i,j,k}(\tau+1)\right) + \alpha_j^{\min}\left(p_{i,j-1,k}(\tau+1) - p_{i,j,k}(\tau+1)\right)}{(\delta y)^2} +$$
$$\frac{\alpha_k^{\max}\left(p_{i,j,k+1}(\tau+1) - p_{i,j,k}(\tau+1)\right) + \alpha_k^{\min}\left(p_{i,j,k-1}(\tau+1) - p_{i,j,k}(\tau+1)\right)}{(\delta z)^2} = \qquad (15)$$
$$= \frac{\rho}{\delta t}\left(\frac{A_{i,j,k}(\tau) - A_{i,j,k}(\tau-1)}{\delta x} + \frac{B_{i,j,k}(\tau) - B_{i,j,k}(\tau-1)}{\delta y} + \frac{C_{i,j,k}(\tau) - C_{i,j,k}(\tau-1)}{\delta z}\right),$$

где $i = 1,\cdots,i_{\max}$, $j = 1,\cdots,j_{\max}$, $k = 1,\cdots,k_{\max}$.

$$\alpha_r^{\min} = \begin{cases} 0,\ r = 1, \\ 1,\ r > 1, \end{cases} \quad \alpha_r^{\max} = \begin{cases} 1,\ r < r_{\max}, \\ 0,\ r = r_{\max}, \end{cases} \quad r \in \{i, j, k\}.$$

Система линейных алгебраических уравнений (15) состоит из $i_{\max} j_{\max} k_{\max}$ уравнений с неизвестными, составляющими множество с мощностью $i_{\max} j_{\max} k_{\max}$:

$$\left\{ p_{i,j,k} \middle| i = 1,\cdots,i_{\max}, j = 1,\cdots,j_{\max}, k = 1,\cdots,k_{\max} \right\},$$

Следовательно, такая система может быть решена с использованием одного из итерационных методов. Выбор такого метода является нетривиальной задачей, учитывающей также и особенности средств, планируемых к применению для ее решения.

Локально-асинхронный метод

Представим систему уравнений (15) в виде:

$$\mathrm{L}\, y(x) = \mathrm{f}(\mathrm{x}), \qquad (16)$$

где $\mathbf{L} = \left\{ l_{i,j,k} \,\middle|\, i = 1,\ldots,i_{\max};\ j = 1,\ldots,j_{\max};\ k = 1,\ldots,k_{\max} \right\}$.

Будем решать краевую задачу методом, основанным на принципах асинхронности и локальности [4]. Главная особенность данного метода заключается в том, что он предполагает реализацию вычислений в параллельных структурах, обладающих свойствами клеточных нейронных сетей [5].

Клеточную нейронную сеть, ориентированную на данный метод [6], можно представить как конечную совокупность клеточных нейронов, реализующих глобальный оператор $\mathbf{L}$. Асинхронная итерационная последовательность [7] $\{p(m)\}_{t=1}^{\infty}$ векторов $p(m)=\{p_{i,j,k}(m)\}_{i,j,k=1}^{i_{\max},j_{\max},k_{\max}}\in\mathbf{R}^3$ формируется в соответствии с выражением:

$$p_{i,j,k}(m+1)=\begin{cases} p_{i,j,k}(m), & (i,j,k)\notin J_m,\\ l_{i,j,k}\begin{pmatrix} p_{i-1,j,k}\left(s^1_{i,j,k}(m)\right), p_{i+1,j,k}\left(s^2_{i,j,k}(m)\right),\\ p_{i,j-1,k}\left(s^3_{i,j,k}(m)\right), p^4_{i,j+1,k}\left(s^3_{i,j,k}(m)\right),\\ p_{i,j,k-1}\left(s^5_{i,j,k-1}(m)\right), p^6_{i,j,k+1}\left(s^3_{i,j,k}(m)\right), \end{pmatrix}, & (i,j,k)\in J_m, \end{cases} \tag{17}$$

где $\mathbf{S}=\left\{s^i_{i,j,k}(m)\,\middle|\, i=1,\ldots,6;\ m=1,2,\cdots\right\}$ – множество задержек передачи данных в нейрон с координатами (i,j,k) от окружающих его нейронов на итерационном шаге m, $p(0)=\{p_{i,j,k}(0)\}_{i,j,k=1}^{i_{\max},j_{\max},k_{\max}}$ – вектор, определяющий исходное состояние распределения давления.

Дополнительные условия, задающие свойства вычислительного процесса [8]:

$s=\max\limits_{t,y,(i,j,k)}\left|\left(m-s^y_{i,j,k}(m)\right)\right|$; $\forall y=1,\ldots,6$; $i=1,\ldots,i_{\max}$; $j=1,\ldots,j_{\max}$; $k=1,\ldots,k_{\max}$;

$s\in\mathbf{N}_0$;

$J=J_m\cup J_{m+1}\cup\cdots\cup J_{m+c}=\{(1,1,1),(1,1,2),\ldots,(i_{\max},j_{\max},k_{\max})\}\ \exists c\in\mathbf{N}_0\ \forall m\in\mathbf{N}_0$.

Разностная схема для локально-асинхронного метода (17) имеет вид:

$$p_{i,j,k}(m+1)=(1-\gamma)p_{i,j,k}\left(s^0_{i,j,k}(m)\right)+\frac{\gamma}{\left(\frac{\alpha_i^{\min}+\alpha_i^{\max}}{(\delta x)^2}+\frac{\alpha_j^{\min}+\alpha_j^{\max}}{(\delta y)^2}+\frac{\alpha_k^{\min}+\alpha_k^{\max}}{(\delta z)^2}\right)}\cdot$$
$$\left(\frac{\alpha_i^{\min}p_{i-1,j,k}\left(s^1_{i,j,k}(m)\right)+\alpha_i^{\max}p_{i+1,j,k}\left(s^2_{i,j,k}(m)\right)}{(\delta x)^2}+\frac{\alpha_j^{\min}p_{i,j-1,k}\left(s^3_{i,j,k}(m)\right)+\alpha_j^{\max}p_{i,j+1,k}\left(s^4_{i,j,k}(m)\right)}{(\delta y)^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha_k^{\min}p_{i,j,k-1}\left(s^5_{i,j,k}(m)\right)+\alpha_k^{\max}p_{i,j,k+1}\left(s^6_{i,j,k}(m)\right)}{(\delta z)^2}-f_{i,j,k}\right), \tag{18}$$

где $s_{i,j,k}(t)=\left\{s^0_{i,j,k},s^1_{i,j,k},s^2_{i,j,k},s^3_{i,j,k},s^4_{i,j,k},s^5_{i,j,k},s^6_{i,j,k}\right\}$ – множество задержек передачи данных от элементарных кубов:

$$\left\{\omega_{i,jk},\omega_{i-1,j,k},\omega_{i+1,j,k},\omega_{i,j-1,k},\omega_{i,j+1,k},\omega_{i,j,k-1},\omega_{i,j,k+1}\right\};$$

$f_{i,j,k}$ – функция правой части;

γ – релаксационный параметр, находящийся в интервале $[0,2]$. Для данной краевой задачи принято значение $\gamma=1,7$.

$m=1,\cdots$ – текущий номер итерации на временном шаге τ.

Клеточная нейронная сеть

Для решения рассмотренной краевой задачи будем использовать трехмерные клеточные сети со структурой послойного циркулянтного графа. Простейшая из таких структур содержит 64 нейрона и представлена графом $G(64;1,4,16)$ на рис. 3. Такая структура недостаточна для практической реализации упомянутой математической модели, однако дает представление о характере межнейронных связей и взаимном пространственном расположении нейронов.

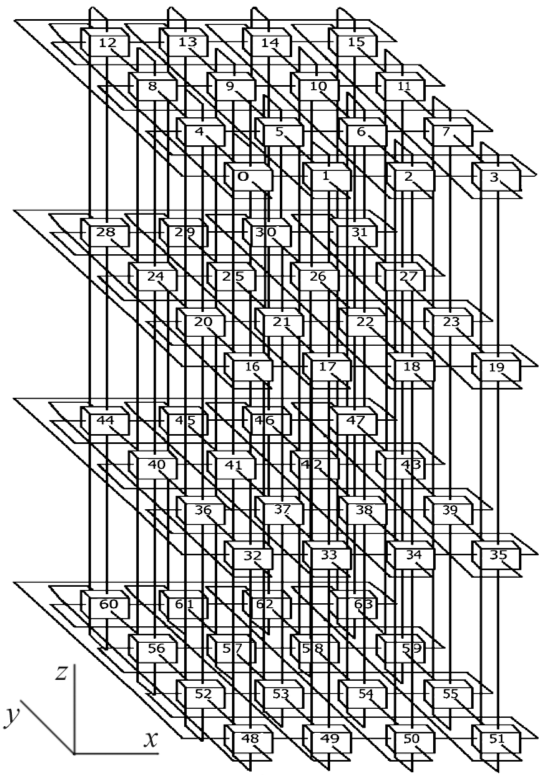


Рисунок 3 – Граф $G(64;1,4,16)$ трехмерной клеточной нейронной сети

Связи между нейронами клеточной нейронной сети вдоль осей x, y и z образуют совокупности вершин, которые могут быть достигнуты путем выполнения шагов:

$$(x \pm 1)\bmod 16, \ (y \pm 4)\bmod 16 \ \text{и} \ (z \pm 16)\bmod 64.$$

Существует строгое доказательство возможности существования подобных структур произвольного размера при условии, что количество нейронов, расположенных вдоль одного ребра, равно 2^n, где $n = 2,3,4,\cdots$.

Клеточный нейрон представляет собой специализированное вычислительное устройство, обеспечивающее выполнение разностной схемы (18) и обмен информации с соседними нейронами в соответствии с локально-асинхронным методом (17). Принципиальным отличием клеточного нейрона от специализированного вычислительного устройства является присущее ему свойство обучения, обеспечивающее увеличение скорости сходимости итерационной последовательности при решении краевой задачи.

Формирование итерационной последовательности в соответствии с локально-асинхронным методом (17) допускает произвольное сочетание данных, полученных от соседних нейронов. Такой подход фактически эквивалентен использованию на каждом итерационном шаге нового численного метода из числа известных синхронных численных методов. Очевидно, что скорость сходимости в данной вычислительной ситуации для каждого такого метода будет различной. Таким образом, суть обучения клеточного нейрона состоит в запоминании для каждого конкретного решения краевой задачи такой итерационной последовательности, которая обеспечивает максимальную скорость сходимости локально-асинхронного метода в целом.

Выводы

В данной работе рассмотрен подход к моделированию перистальтических процессов в трехмерной постановке на основе решения системы уравнений, состоящей из уравнения Навье-Стокса и уравнения непрерывности потока. Поскольку решение такой системы при использовании сложных движущихся границ весьма затруднено, предложен комплекс методов и средств, позволяющих получать результаты моделирования в реальном масштабе времени. В качестве средства реализации математической модели использована клеточная нейронная сеть со структурой послойного циркулянтного графа. Свойство обучения клеточного нейрона позволило обеспечить повышение скорости сходимости локально-асинхронного численного метода.

Литература

1. Исследование основ функционирования и разработка реконструктивных операций на полых органах пищеварительной системы методами математического моделирования / Жученко С.П., Жученко А.П., Костюк Г.Я., Нестеренко Б.Б. – Винница : Вингосмедуниверситет, 1996. – 385 с.
2. Shapiro A.H. Peristaltic pumping with long wavelengths at low Reynolds number / A.H. Shapiro, M.Y. Jaffrin, S.L. Weinberg // Journal of Fluid Mechanics. − 1969. − Vol. 37, № 4. − P. 799-825.
3. Barton C. Peristaltic flow in tubes / C. Barton, S. Raynor // Bulletin of Mathematical Biology. − 1968. − Vol. 30, № 4. − P. 663-680.
4. Нестеренко Б.Б. Основы асинхронных методов параллельных вычислений / Б.Б. Нестеренко, В.А. Марчук. – К. : Наукова думка, 1989.– 176 с.
5. Novotarskiy M.A. Solving of boundary value problems for mathematical physics equations in cellular neural networks / M.A. Novotarskiy // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2003. – № 1. – P. 42-47.
6. Новотарский М.А. Клеточные нейронные сети с транзитными пересылками / М.А. Новотарский // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. – 2004. – № 2. – С. 118-121.
7. Новотарський М.А. Штучні нейронні мережі: обчислення / М.А. Новотарський, Б.Б. Нестеренко. – К. : Інститут математики НАН України, 2004. – 408 с.

Literatura

1. Zhuchenko S.P. Issledovanie osnov funkcionirovanija i razrabotka rekonstruktivnih operacij na polyh organah pishhevaritel’noj sistemy metodami matematicheskogo modelirovanija. Vinnica: Vingosmeduniversitet. 1996. 385 s.
2. Shapiro A.H. Journal of Fluid Mechanics.1969. Vol. 37. № 4. P. 799-825.
3. Barton C. Bulletin of Mathematical Biology. 1968. Vol. 30. № 4. P. 663-680.
4. Nesterenko B.B. Osnovy asinhronnyh metodov parallel’nyh vychislenij. K.: Naukova dumka. 1989. 176 s.
5. Novotarskiy M.A. Radio Electronics, Computer Science, Control. 2003. № 1. P. 42-47.
6. Novotarskij M.A. Radiojelektronika. Informatika. Upravlenie. 2004. № 2. S.118-121.
7. Novotars’kij M.A. Shtuchni nejronni merezhi: obchyslennja. K.: Instytut matematyki NAN Ukrainy. 2004. 408 s.

RESUME

M.A. Novotarskiy, B.B. Nesterenko

Simulation of Peristaltic Processes Using Cellular Neural Networks

This paper is devoted to development of the methods and tools for simulation peristaltic processes in biological objects. Simulation is performed by obtaining a sequence of solutions. Formulation of the problem presented by athesystem of Navier-Stokes and continuity equations. Due to the fact that the simulation uses a sophisticated form of a region with moving boundaries, it is very difficult to use traditional methods and tools to get the results of research in real-time.

In order to speed up result generation of simulations, cellular neural network with three-dimensional layered structure of circulant graph is suggested. Cellular neurons are located at the sites of this cellular neural network. These are specialized computing devices with the property of learning. The basic computational method is the locally asynchronous method. This method is used to provide the asynchronous nature of communication proper to the cellular neural networks. Properties of the locally asynchronous method also underlie cellular neurons training. The authors have used the properties of this method to provide a variety of global convergence rate depending on the configuration data used at each iteration step. The essence of teaching consists in choosing at each iteration step such configuration data, which provide a maximum speed of convergence.

Статья поступила в редакцию 31.05.2012.